সিদ্ধান্ত গ্রহণ-তত্ত্ব
(Decision Theory)

● অধ্যায়ের বিষয়বস্তু ●

সিদ্ধান্ত গ্রহণ বলতে বিকল্প কর্মপন্থাগুলির মধ্যে একটিকে বেছে নেওয়া বোঝায়। সঠিক সময়ে সঠিক সিদ্ধান্ত নিতে সাহায্য করাই সিদ্ধান্ত গ্রহণ তত্ত্বের কাজ। কি কি অবস্থায় কিভাবে সিদ্ধান্ত গ্রহণ করা হয় এবং বিভিন্ন অবস্থায় সিদ্ধান্ত গ্রহণের জন্য যে বিভিন্ন মানদণ্ড আছে তা নিয়ে বর্তমান অধ্যায়ে আলোচনা করা হবে।

9.1. সিদ্ধান্ত গ্রহণ ও উহার উপাদান (Decision Taking and its Elements)

সিদ্ধান্ত গ্রহণ বলতে আমরা বিকল্প কর্মপন্থাগুলির মধ্যে একটিকে বেছে নেওয়া বুঝি। প্রতিটি ব্যক্তিকে বা প্রতি সংস্থাকে বিভিন্ন সময়ে বিভিন্ন বিষয়ে সিদ্ধান্ত নিতে হয়। সঠিক সময়ে সঠিক সিদ্ধান্ত নিতে সাহায্য করাই সিদ্ধান্ত গ্রহণ তত্ত্বের কাজ। কোন্ অবস্থায় কোন্ নীতির ভিত্তিতে সিদ্ধান্ত নিতে হবে তাই আলোচনা করা হয় সিদ্ধান্ত গ্রহণ তত্ত্বে। সিদ্ধান্ত গ্রহণ ব্যবস্থাপনার একটি গুরুত্বপূর্ণ অঙ্গ। সুতরাং সিদ্ধান্ত গ্রহণ তত্ত্ব ব্যবস্থাপকদের যথেষ্ট সাহায্য করে।

কোন সিদ্ধান্ত গ্রহণ প্রক্রিয়ায় পাঁচটি উপাদান আছে। অর্থাৎ সিদ্ধান্ত গ্রহণ-প্রক্রিয়ার সঙ্গে পাঁচটি বিষয় জড়িত। সেগুলি হল যথাক্রমে ঃ

(1) বিকল্প কর্মপন্থা বা কৌশল
(2) প্রকৃতির বিভিন্ন অবস্থা (various states of nature)
(3) প্রকৃতির বিভিন্ন অবস্থা ঘটার সম্ভাবনা সম্পর্কে জ্ঞান
(4) প্রতিটি কর্মপন্থার সঙ্গে জড়িত প্রাপ্তি (pay off) বা নীট মূল্য (net value)
(5) সিদ্ধান্ত গ্রহীতার লক্ষ্য।

যদি শুধুমাত্র একটি কর্মপন্থাই থাকত তাহলে পছন্দের কোন প্রশ্নই উঠত না এবং সেই কর্মপন্থাই গৃহীত হত। সেক্ষেত্রে সিদ্ধান্ত গ্রহণে কোন সমস্যাই থাকত না। সুতরাং এটা ধরেই নেওয়া হচ্ছে যে সিদ্ধান্ত গ্রহণকারীর সামনে একাধিক বিকল্প কর্মপন্থা বা কৌশল আছে। এইরূপ কৌশলের সংখ্যা সীমিত বলেই আমরা ধরে নিচ্ছি। বিকল্প কর্মপন্থা বা কৌশলগুলি নিয়ন্ত্রণযোগ্য চলরাশি এবং এগুলি সিদ্ধান্ত গ্রহণকারীর নিয়ন্ত্রণের মধ্যে রয়েছে।

দ্বিতীয় উপাদান হচ্ছে প্রকৃতির বিভিন্ন অবস্থা (various states of nature)। এগুলি সিদ্ধান্ত গ্রহীতার আয়ত্তাধীন নয়। কিন্তু প্রকৃতির অবস্থা কি কি ঘটতে পারে সে সম্পর্কে জ্ঞান থাকা দরকার কারণ প্রকৃতির বিভিন্ন অবস্থায় বিভিন্ন কর্মপন্থা ব্যবহার করা বাঞ্ছনীয় হতে পারে। সঠিক সিদ্ধান্ত গ্রহণের জন্য প্রকৃতির বিভিন্ন অবস্থাকে সঠিকভাবে চিহ্নিত করা দরকার। প্রকৃতির বিভিন্ন অবস্থা এমন হওয়া দরকার যেন একটি অপরটি থেকে পরস্পর

পৃথক (mutually exclusive) হয় এবং এগুলির মধ্যে একটি না একটি যেন অবশ্যই ঘটে (collectively exhaustive)।

শুধুমাত্র প্রকৃতির বিভিন্ন অবস্থাকে চিহ্নিত করাই যথেষ্ট নয়। কোন্ অবস্থাটি ঘটার সম্ভাবনা কত সে সম্পর্কেও জ্ঞান থাকা দরকার। এ সম্পর্কে তথ্য অতীত অভিজ্ঞতার ভিত্তিতে পাওয়া যেতে পারে আবার এ সম্পর্কে ব্যক্তিগত জ্ঞানের ভিত্তিতে অনুমান করা যেতে পারে।

প্রকৃতির বিভিন্ন অবস্থা এবং বিভিন্ন কৌশলের সম্মিলনের ফলে উদ্ভূত হয় ফলাফল (outcome) বা প্রাপ্তি (pay-off)। এই প্রাপ্তি টাকার অঙ্কে পরিমাপ করা যায় বলেই আমরা ধরে নিচ্ছি। বিভিন্ন কৌশলকে বিভিন্ন সারিতে প্রকাশ করে এবং প্রকৃতির বিভিন্ন অবস্থাকে বিভিন্ন স্তম্ভে প্রকাশ করে আমরা প্রাপ্তিগুলিকে দিয়ে একটা প্রাপ্তি-ম্যাট্রিক্স (pay-off matrix) গঠন করতে পারি। নীচে একটি প্রাপ্তি ম্যাট্রিক্স দেখানো হল। আমরা ধরে নিচ্ছি যে সিদ্ধান্ত গ্রহীতার কাছে তিনটি কৌশল আছে S_1, S_2 এবং S_3 যার একটিকে সে গ্রহণ করতে পারে এবং প্রকৃতির অবস্থা N_1, N_2, N_3 এই তিনটির যে কোন একটি হতে পারে। প্রাপ্তি ম্যাট্রিক্সটি হবে নিম্নরূপ :

প্রকৃতির অবস্থা

		N_1	N_2	N_3
কৌশল	S_1	a_{11}	a_{12}	a_{13}
	S_2	a_{21}	a_{22}	a_{23}
	S_3	a_{31}	a_{32}	a_{33}

যদি সিদ্ধান্ত গ্রহীতা তার S_1 কৌশল গ্রহণ করে, এবং প্রকৃতির অবস্থা যদি N_1 হয় তাহলে সিদ্ধান্ত গ্রহীতার লাভ হবে a_{11}. আবার সিদ্ধান্ত গ্রহীতা যদি S_2 কৌশল গ্রহণ করে এবং প্রকৃতির অবস্থা যদি N_1 হয় তাহলে সিদ্ধান্ত গ্রহীতার লাভ হবে a_{21} ইত্যাদি। সাধারণভাবে বলতে গেলে সিদ্ধান্ত গ্রহীতা যদি তার S_i কৌশল গ্রহণ করে এবং প্রকৃতির অবস্থা যদি N_j হয়, তাহলে a_{ij} হবে সিদ্ধান্ত গ্রহীতার প্রাপ্তি। (এক্ষেত্রে $i, j = 1, 2, 3$)।

সর্বোপরি সিদ্ধান্ত গ্রহীতার লক্ষ্যও সিদ্ধান্ত গ্রহণে একটা গুরুত্বপূর্ণ ভূমিকা পালন করে। দুজন ব্যক্তির প্রাপ্তি ম্যাট্রিক্স একই হওয়া সত্ত্বেও তাদের অভিপ্রেত লক্ষ্য অনুযায়ী তারা বিভিন্ন কৌশল গ্রহণ করতে পারে। যেমন কেউ বেশি নিরাপত্তা পছন্দ করে; আবার কেউ বেশি ঝুঁকি পছন্দ করে ইত্যাদি। কে কোন্ কৌশল গ্রহণ করবে তা নির্ভর করবে কার লক্ষ্য কি তার উপর।

9.2. বিভিন্ন অবস্থায় সিদ্ধান্ত গ্রহণ (Decision Making under Different Conditions)

সাধারণত চার ধরনের অবস্থায় সিদ্ধান্ত গ্রহণ করা হতে পারে। সেগুলি হল : (1) নিশ্চয়তা (Certainty) (2) ঝুঁকি (Risk) (3) অনিশ্চয়তা (Uncertainty) এবং (4) সংঘাত (Conflict).

নিশ্চিত অবস্থায় সিদ্ধান্ত গ্রহণ :

নিশ্চিত অবস্থা বলতে আমরা বুঝি এমন অবস্থা যেখানে কোন্ প্রকৃতির অবস্থা ঘটবে সে সম্পর্কে সিদ্ধান্ত গ্রহীতা নিশ্চিত ভাবে জানে। সুতরাং সিদ্ধান্ত গ্রহণকারীর সমস্যা হল প্রকৃতির এই অবস্থা ঘটছে ধরে নিয়ে তার নিজের সর্বোত্তম কৌশল স্থির করা। একটি উদাহরণ দেওয়া যেতে পারে। মনে করি একজন উৎপাদনকারী দুটি দ্রব্য উৎপাদন করে। দুটি দ্রব্যের বিভিন্ন সম্মিলন সে উৎপাদন করতে পারে। প্রতিটি দ্রব্যের উৎপাদন ব্যয় ও দাম নিশ্চিত ভাবে জানা আছে। উৎপাদনকারীর লক্ষ্য মোট মুনাফাকে সর্বাধিক করা। মুনাফা সর্বাধিক করার জন্য কোন দ্রব্য কত ইউনিট উৎপাদন করতে হবে সে সম্পর্কে উৎপাদককে সিদ্ধান্ত গ্রহণ করতে হবে। এই ধরনের সমস্যার সমাধান অবকলন গণিতের (calculus) সাহায্যে করা যাবে। একে বলা হয় নিশ্চিত অবস্থায় সিদ্ধান্ত গ্রহণ। নিশ্চিত অবস্থায় সিদ্ধান্ত গ্রহণের জন্য সরলরৈখিক প্রোগ্রামিং-এরও সাহায্য নেওয়া হতে পারে।

ঝুঁকি অবস্থায় সিদ্ধান্ত গ্রহণ :

অধ্যাপক নাইট (Knight) ঝুঁকি এবং অনিশ্চয়তার মধ্যে পার্থক্য নির্দেশ করেছেন। ঝুঁকি বলতে বোঝাবে এমন অবস্থা যেখানে প্রকৃতির বিভিন্ন অবস্থা ঘটার সম্ভাবনা জানা যাবে। কিন্তু অনিশ্চয়তা বলতে বোঝাবে এমন অবস্থা যেখানে প্রকৃতির বিভিন্ন অবস্থা ঘটার সম্ভাবনাগুলি জানা সম্ভব নয়। সিদ্ধান্ত গ্রহণকারী যখন একই ধরনের অবস্থার সম্মুখীন হন অনেকবার তখন প্রতিটি প্রকৃতির অবস্থা ঘটার আপেক্ষিক পরিসংখ্যা (relative frequency) জানা সম্ভব। এই আপেক্ষিক পরিসংখ্যাগুলিকে প্রকৃতির বিভিন্ন অবস্থার সম্ভাবনা হিসাবে নেওয়া যেতে পারে। কাজেই প্রতিটি প্রকৃতির অবস্থার সঙ্গে ঐ অবস্থা ঘটার একটি করে সম্ভাবনা জড়িত আছে। অন্যভাবে বলতে গেলে এখানে এক একটি কৌশলের সঙ্গে অনেক প্রাপ্তি জড়িত এবং কোন্ প্রাপ্তিটি ঘটবে সেটা প্রকৃতির অবস্থার উপর নির্ভর করে। প্রকৃতির অবস্থার উপর সিদ্ধান্ত গ্রহীতার কোন নিয়ন্ত্রণ নেই তবে অতীত অভিজ্ঞতা থেকে কোন্ প্রকৃতির অবস্থা ঘটার সম্ভাবনা কত তা জানা আছে।

ঝুঁকির ক্ষেত্রে প্রাপ্তি ম্যাট্রিক্সটিকে এই ভাবে লেখা যেতে পারে :

প্রকৃতির অবস্থা

		N_1	N_2	N_3	
		p_1	p_2	p_3	⟶ সম্ভাবনা
কৌশল	S_1	a_{11}	a_{12}	a_{13}	
	S_2	a_{21}	a_{22}	a_{23}	
	S_3	a_{31}	a_{32}	a_{33}	

আমরা ধরে নিচ্ছি যে তিনটি কৌশল S_1, S_2 এবং S_3 আছে এবং তিনটি প্রকৃতির অবস্থা N_1, N_2 এবং N_3 আছে। মনে করি N_1, N_2 এবং N_3 ঘটার সম্ভাবনা যথাক্রমে p_1, p_2, p_3 এবং $p_1 + p_2 + p_3 = 1$. যদি সিদ্ধান্ত গ্রহীতা S_i নামক কৌশল গ্রহণ করে এবং প্রকৃতির অবস্থা N_j ঘটে তাহলে a_{ij} হবে সিদ্ধান্ত গ্রহীতার প্রাপ্তি এবং p_j হবে এই প্রাপ্তি ঘটার সম্ভাবনা ($i = 1, 2, 3$; $j = 1, 2, 3$)।

অনিশ্চিত অবস্থায় সিদ্ধান্ত গ্রহণ ঃ

অনিশ্চিত অবস্থা বলতে আমরা বুঝি এমন অবস্থা যেখানে প্রকৃতির বিভিন্ন অবস্থা ঘটার সম্ভাবনাগুলিকে বের করা যায় না। ঝুঁকির সময় প্রকৃতির বিভিন্ন অবস্থার সম্ভাবনাগুলিকে অতীত অভিজ্ঞতা থেকে জানা যায়। কিন্তু অনিশ্চয়তার সময় এই সম্ভাবনাগুলিকে জানা যায় না। এমনকি প্রকৃতির বিভিন্ন অবস্থা মোট কি কি হতে পারে সে সম্পর্কেও অজ্ঞতা থাকতে পারে। অবশ্য আমরা ধরে নিচ্ছি যে সিদ্ধান্ত গ্রহীতা প্রকৃতির বিভিন্ন অবস্থা কি কি হতে পারে সে সম্পর্কে ওয়াকিবহাল। শুধু তাদের ঘটবার সম্ভাবনা সম্পর্কে ওয়াকিবহাল নয়। প্রকৃতির বিভিন্ন অবস্থা এবং বিভিন্ন কৌশল সম্মিলনের ফলে উদ্ভূত প্রাপ্তিগুলিও সিদ্ধান্ত গ্রহীতা জানে বলে ধরে নেওয়া হয়। কাজেই অনিশ্চয়তাটা আংশিক—সম্পূর্ণ নয়।

সংঘাতের সময় সিদ্ধান্ত গ্রহণ ঃ

সংঘাতের সময় ধরা হয় যে সিদ্ধান্ত গ্রহণকারীর একজন প্রতিপক্ষ আছে যার কাজ এমন কৌশল গ্রহণ করা যেন সিদ্ধান্ত গ্রহণকারীর ক্ষতি হয়। এক্ষেত্রে প্রকৃতির কোন্ অবস্থা ঘটবে তা নির্ভর করে প্রতিপক্ষ কোন্ কৌশল গ্রহণ করছে তার উপর। ঝুঁকি বা অনিশ্চয়তার সময় প্রতিপক্ষ যেন নিষ্ক্রিয় থাকে। কিন্তু সংঘাতের সময় প্রতিপক্ষ থাকে সক্রিয়। তবে সিদ্ধান্ত গ্রহীতা কোন্ কৌশল নেবে প্রতিপক্ষ তা জানে না। আবার প্রতিপক্ষ কি কৌশল নেবে তাও সিদ্ধান্ত গ্রহীতা জানে না। এই রকম অবস্থায় সিদ্ধান্ত গ্রহণ করতে হয় ক্রীড়াতত্ত্বের সাহায্যে। এ বিষয়ে আমরা আগেই আলোচনা করেছি।

9.3. ঝুঁকির সময় সিদ্ধান্ত গ্রহণ (Decision making under risk)

ঝুঁকির সময় সিদ্ধান্ত গ্রহীতার প্রাপ্তি ম্যাট্রিক্স থেকে সে কোন্ কৌশল গ্রহণ করবে তা নির্ধারণ করতে হয়। সিদ্ধান্ত গ্রহীতার কি কি কৌশল আছে তা জানা থাকে। আবার প্রকৃতির অবস্থা কি কি হতে পারে তাও জানা থাকে। প্রকৃতির বিভিন্ন অবস্থা ঘটার সম্ভাবনাগুলিও জানা থাকে। অনেক সময় অবশ্য প্রাপ্তি ম্যাট্রিক্সটি দেওয়া থাকে না। প্রদত্ত তথ্যের ভিত্তিতে প্রাপ্তি ম্যাট্রিক্সটি প্রথমে গঠন করে নিতে হয়। ঝুঁকি অবস্থায় সিদ্ধান্ত গ্রহণ করার জন্য একাধিক বিকল্প তত্ত্ব বা মানদণ্ড (criterion) আছে।

A. প্রত্যাশিত আর্থিক মূল্যের মানদণ্ড (Expected Monetary Value Criterion — EMV)

যদি কোন সম্ভাবনাশ্রয়ী চল রাশি (random variable) x-এর মান $x_1, x_2 \cdots x_n$ হওয়া সম্ভব এবং যদি তাদের ঘটার সম্ভাবনা যথাক্রমে $p_1, p_2 \cdots p_n$ হয়, (যেখানে $\sum_{i=1}^{n} p_i = 1$) তাহলে ঐ সম্ভাবনাশ্রয়ী চলরাশির প্রত্যাশিত মান (expected value) হবে $\sum_{i=1}^{n} p_i x_i$. প্রত্যাশিত আর্থিক মূল্যের মানদণ্ড অনুযায়ী সেই কৌশলকেই সিদ্ধান্ত গ্রহীতা গ্রহণ করবে যার প্রত্যাশিত প্রাপ্তি সব থেকে বেশি। ঐ কৌশলকেই সর্বোত্তম কৌশল বলা হবে। প্রতিটি কৌশলের সঙ্গে জড়িত আছে অনেকগুলি প্রাপ্তি এবং প্রতিটি প্রাপ্তির একটি করে সম্ভাবনা আছে। এইভাবে প্রতিটি কৌশলের জন্য আমরা একটি করে

প্রত্যাশিত মান পেতে পারি। যে কৌশলের ক্ষেত্রে এই প্রত্যাশিত মান সর্বাধিক হবে সেই কৌশলটিই সিদ্ধান্ত গ্রহীতা গ্রহণ করবে।

মনে করা যাক সিদ্ধান্ত গ্রহীতার রয়েছে তিনটি কৌশল S_1, S_2 এবং S_3 আর প্রকৃতির অবস্থা তিনটি N_1, N_2 ও N_3। ধরা যাক N_1, N_2 ও N_3-এর সম্ভাবনা যথাক্রমে p_1, p_2 এবং p_3। আরও ধরা যাক যে সিদ্ধান্ত গ্রহীতা যদি S_i কৌশল গ্রহণ করে এবং প্রকৃতির অবস্থা যদি N_j হয় তাহলে সিদ্ধান্ত গ্রহীতার প্রাপ্তি হয় x_{ij} (যেখানে $i = 1, 2, 3$ এবং $j = 1, 2, 3$)। প্রাপ্তি ম্যাট্রিক্সটি হবে নিম্নরূপ ঃ

	প্রকৃতির অবস্থা (ও সম্ভাবনা)		
	N_1 (p_1)	N_2 (p_2)	N_3 (p_3)
কৌশল S_1	x_{11}	x_{12}	x_{13}
S_2	x_{21}	x_{22}	x_{23}
S_3	x_{31}	x_{32}	x_{33}

এক্ষেত্রে যদি S_1 কৌশল গ্রহণ করা হয় তাহলে প্রাপ্তি হতে পারে x_{11}, x_{12} ও x_{13} এবং এই প্রাপ্তিগুলি ঘটার সম্ভাবনা যথাক্রমে p_1, p_2 এবং p_3। সুতরাং S_1 কৌশল গ্রহণ করার ফলে প্রত্যাশিত আর্থিক প্রাপ্তি হবে $E_1 = x_{11}p_1 + x_{12}p_2 + x_{13}p_3 = \sum_{j=1}^{3} x_{1j} p_j$ অনুরূপ ভাবে S_2 কৌশল গ্রহণ করা হলে প্রত্যাশিত আর্থিক প্রাপ্তি হবে $E_2 = x_{21}p_1 + x_{22}p_2 + x_{23}p_3 = \sum_{j=1}^{3} x_{2j} p_j$ এবং S_3 কৌশল গ্রহণ করা হলে প্রত্যাশিত আর্থিক প্রাপ্তি হবে $E_3 = x_{31}p_1 + x_{32}p_2 + x_{33}p_3 = \sum_{j=1}^{3} x_{3j} p_j$. সাধারণ ভাবে বলতে গেলে সিদ্ধান্ত গ্রহীতা যদি S_i কৌশল গ্রহণ করে তাহলে তার প্রত্যাশিত আর্থিক মান হবে $E_i = \sum_{j=1}^{3} x_{ij} p_j$ যে কৌশলের ক্ষেত্রে অর্থাৎ i-এর যে মানের জন্য E_i সর্বাধিক হবে সেই কৌশলই সর্বোত্তম কৌশল হিসাবে গ্রহণ করা হবে। অর্থাৎ E_1, E_2 এবং E_3 এর মধ্যে যেটি সর্বাধিক সেটি যে কৌশলের প্রত্যাশিত প্রাপ্তি এই মানদণ্ড অনুযায়ী সেই কৌশলটিই গৃহীত হবে। যদি কৌশলের সংখ্যা 3 এর অধিক হয় বা প্রকৃতির অবস্থার সংখ্যাও তিনের অধিক হয় তাহলেও এই মানদণ্ড প্রয়োগ করতে কোন অসুবিধা হবে না। আগের মতোই প্রতিটি কৌশলের প্রত্যাশিত আর্থিক মূল্য বের করতে হবে এবং যে কৌশলের প্রত্যাশিত আর্থিক মূল্য সর্বাধিক সেই কৌশলই গ্রহণ করা হবে।

কয়েকটি উদাহরণের সাহায্যে বিষয়টি ব্যাখ্যা করা যেতে পারে।

উদাহরণ 1. এক ব্যবসায়ী হয় X পণ্য নতুবা Y পণ্য মজুত করতে চান। দুটি পণ্যের কেবলমাত্র যে কোন একটি তিনি মজুত করতে পারবেন। তিনি যদি X পণ্য মজুত করেন

ও তাতে কৃতকার্য হন তাহলে তিনি 200 টাকা মুনাফা করতে পারবেন বলে তাঁর বিশ্বাস। কিন্তু যদি তিনি ব্যর্থ হন তাহলে তাঁর 500 টাকা লোকসান হবে। অন্যদিকে Y পণ্য মজুত করে কৃতকার্য হলে তাঁর বিশ্বাস 400 টাকা মুনাফা হবে, কিন্তু ব্যর্থ হ'লে 300 টাকা লোকসান হবে। এখন X এবং Y এই পণ্য দুটির মধ্যে মজুত করার জন্য তিনি কোন্‌টি বেছে নেবেন? ধরা হোক যে, ব্যবসায়ীর সম্ভাবনা নিবেশন (probability distribution) নিম্নরূপ ঃ

	X পণ্য মজুতের	Y পণ্য মজুতের
কৃতকার্য হওয়ার সম্ভাবনা	0.80	0.60
ব্যর্থ হওয়ার সম্ভাবনা	0.20	0.40
	1.00	1.00

[B.U. 1982]

সমাধান ঃ ব্যবসায়ী কোন্‌ পণ্য মজুত করবেন সেটা নির্ধারিত হবে পণ্য দুটির প্রত্যাশিত মুনাফার উপর। যে পণ্যটির প্রত্যাশিত মুনাফা সব থেকে বেশি সেই পণ্যটিই ব্যবসায়ী মজুত করবেন। ব্যবসায়ীর প্রাপ্তি ম্যাট্রিক্সটি হবে নিম্নরূপ ঃ

		প্রকৃতির অবস্থা	
		কৃতকার্য	ব্যর্থ
কৌশল	X মজুত	200 (0.8)	−500 (0.2)
	Y মজুত	400 (0.6)	−300 (0.4)

বন্ধনীর অন্তর্গত সংখ্যাগুলি বিভিন্ন প্রাপ্তির সম্ভাবনাগুলিকে প্রকাশ করছে।

এখন X মজুতের প্রত্যাশিত মুনাফা = $200 \times 0.8 + (-500) \times 0.2$
$= 160 - 100 = 60$ টাকা।

অন্যদিকে Y মজুতের প্রত্যাশিত মুনাফা
$= 400 \times 0.6 + (-300) \times 0.4 = 240 - 120 = 120$ টাকা।

যেহেতু Y পণ্য মজুতের প্রত্যাশিত মুনাফা অধিক, সুতরাং ব্যবসায়ীর Y পণ্য মজুত করা উচিত। □

উদাহরণ 2. একজন ব্যবসাদার দুটি ঠিকা কাজের মধ্যে কোন্‌টি গ্রহণ করবেন তা স্থির করতে হবে। দুটি কাজে লাভ হওয়ার সম্ভাবনা নিম্নরূপ ঃ

A কাজ

লাভ (টাকা)	সম্ভাবনা
1,00,000	0.2
50,000	0.4
0	0.3
−30,000	0.1
	1.00

B-কাজ

লাভ (টাকা)	সম্ভাবনা
40,000	0.3
10,000	0.4
−10,000	0.3
	1.00

(i) কোন্‌ কাজটি তাঁর গ্রহণ করা উচিত যদি তিনি প্রত্যাশিত মুনাফা সর্বাধিক করতে চান?

(ii) সর্বোত্তম সিদ্ধান্তের সঙ্গে জড়িত প্রত্যাশিত মুনাফা কত?

সমাধান ঃ দুটি কাজের প্রত্যাশিত মুনাফা বের করা যাক। A-কাজের জন্য প্রত্যাশিত মুনাফা হবে $1,00,000 \times 0.2 + 50,000 \times 0.4 + 0 \times 0.3 + (-30,000) \times 0.1 = 37,000$ টাকা। অন্যদিকে B-কাজের জন্য প্রত্যাশিত মুনাফা হবে $40,000 \times 0.3 + 10,000 \times 0.4 + (-10,000) \times 0.3 = 12,000 + 4000 - 3000 = 13,000$ টাকা। যেহেতু A-কাজের জন্য প্রত্যাশিত মুনাফা বেশি, সুতরাং ব্যবসাদারের A-কাজটি গ্রহণ করা উচিত। এটিই হবে তাঁর সর্বোত্তম সিদ্ধান্ত। এই সিদ্ধান্ত নেওয়ার ফলে তাঁর প্রত্যাশিত মুনাফা হবে 37,000 টাকা। □

উদাহরণ 3. একজন ব্যক্তি সমুদ্র সৈকতে গরম খাবার অথবা আইসক্রিম বিক্রির জন্য স্টল খুলতে চান। যদি গরম কম হয় তাহলে গরম খাবার বিক্রি করে 5000 টাকা লাভ হয় কিন্তু যদি গরম বেশি হয় তাহলে লাভ হয় 1000 টাকা। অন্যদিকে গরম কম হলে আইসক্রিম বিক্রি করে লাভ হয় 1000 টাকা কিন্তু গরম বেশি হলে আইসক্রিম বিক্রি করে লাভ হয় 6500 টাকা। গরম বেশি হওয়ার সম্ভাবনা 40%. তিনি কি গরম খাবার বিক্রি করবেন নাকি আইসক্রিম বিক্রি করবেন?

সমাধান ঃ এখানে গরম বেশি হওয়ার সম্ভবনা = 40% = 0·4
∴ গরম কম হওয়ার সম্ভাবনা = 60% = 0·6.

বিভিন্ন অবস্থায় লাভ এবং তাঁর সম্ভাবনাকে আমরা একটা প্রাপ্তি-ম্যাটিক্সের মাধ্যমে প্রকাশ করতে পারি। প্রথম বন্ধনীর অন্তর্গত সংখ্যাগুলি সম্ভাবনা প্রকাশ করছে।

	গরম কম (0·6)	গরম বেশি (0·4)
গরম খাবার বিক্রি	5,000	1,000
আইসক্রিম বিক্রি	1,000	6,500

গরম খাবার বিক্রি করে প্রত্যাশিত লাভ = $5000 \times 0.6 + 1000 \times 0.4 = 3400$ টাকা। আইসক্রিম বিক্রি করে প্রত্যাশিত লাভ = $1000 \times 0.6 + 6500 \times 0.4 = 3200$ টাকা। যেহেতু গরম খাবার বিক্রিতে প্রত্যাশিত লাভ বেশি, সুতরাং ঐ ব্যক্তি গরম খাবার বিক্রির সিদ্ধান্ত গ্রহণ করবেন। □

উদাহরণ 4. সমুদ্র সৈকতে যাত্রীদের জন্য কোন এক খাদ্য সরবরাহকারী কোম্পানি লাঞ্চ প্যাকেট বানাতে চায়। এক প্যাকেটের জন্য খরচা পড়ে 50 পয়সা এবং তারা এক প্যাকেট বিক্রি করে 1·50 টাকায়। যদি কোন প্যাকেট বিক্রি না হয় তবে নষ্ট হওয়ার জন্য তাদের প্যাকেট প্রতি 50 পয়সা লোকসান হয়। খুব বেশি ভীড় হলে ঐ কোম্পানি

1000 লাক্ষ প্যাকেট বিক্রি করতে পারে। বেশি ভীড় না হ'লে তারা 500 প্যাকেট বিক্রি করে। যদি বেশি ভীড় হওয়ার সম্ভাবনা 0·4 এবং বেশি ভীড় না হওয়ার সম্ভাবনা 0·6 হয় তাহলে ঐ কোম্পানির কতগুলি লাক্ষ প্যাকেট তৈরী করা উচিত? **[B.U. 1984]**

সমাধান ঃ এক্ষেত্রে কোম্পানি দুটি কৌশলের যে কোন একটি গ্রহণ করতে পারে ঃ 500 প্যাকেট তৈরী এবং 1000 প্যাকেট তৈরী। আবার প্রকৃতির অবস্থাও দুরকম হতে পারে 500 প্যাকেট চাহিদা ও 1000 প্যাকেট চাহিদা। যদি কোম্পানি 500 প্যাকেট তৈরী করে এবং 500 প্যাকেটই বিক্রি হয় তাহলে কোম্পানির লাভ হয় (1·50 − 50)×500 = 500 টাকা। যদি কোম্পানি 500 প্যাকেট তৈরী করে কিন্তু চাহিদা হয় 1000 প্যাকেট তাহলেও কোম্পানির লাভ একই থাকে কারণ 500 প্যাকেটই বিক্রি হচ্ছে এবং প্রতি বিক্রীত প্যাকেটে 1·00 টাকা লাভ থাকে। কোম্পানি যদি 1000 প্যাকেট তৈরী করে কিন্তু 500 প্যাকেট চাহিদা হয় তাহলে কোম্পানির লাভ হবে (500×1 − 500×0·50) = 250 টাকা। যে 500 প্যাকেট বিক্রি হল তার উপর লাভ 500 টাকা আর যে 500 প্যাকেট বিক্রি হ'ল না তার উপর লোকসান হ'ল 250 টাকা। সুতরাং নীট লাভ হ'ল 250 টাকা। এক্ষেত্রে কোম্পানির প্রাপ্তি ম্যাট্রিক্সটি হবে নিম্নরূপ ঃ

		প্রকৃতির অবস্থা	
		কম ভীড় (0·6)	বেশি ভীড় (0·4)
কৌশল	500 ইউনিট তৈরী	500	500
	1000 ইউনিট তৈরী	250	1000

এখন 500 ইউনিট তৈরী করার প্রত্যাশিত লাভ = (500×0·6) + (500×·4) = 500 টাকা এবং 1000 ইউনিট তৈরী করার প্রত্যাশিত লাভ = (250×0·6) + (1000×0·4) = 150 + 400 = 550 টাকা।

যেহেতু 1000 ইউনিট তৈরী করার প্রত্যাশিত লাভ বেশি, সুতরাং কোম্পানি 1000 প্যাকেট তৈরী করবে। □

উদাহরণ 5. এক খুচরা বিক্রেতা কোন একটি জিনিস 2 টাকায় কিনে 5 টাকায় বিক্রি করে। যদি কোন জিনিস অবিক্রিত থাকে তার কোন মূল্য নেই। অতীত 100 দিনের অভিজ্ঞতা থেকে নিম্নলিখিত বিক্রি লক্ষ্য করা গেছে ঃ

দৈনিক বিক্রি	দিনের সংখ্যা
10 ইউনিট	15
11 ,,	20
12 ,,	40
13 ,,	25
	100

খুচরা বিক্রেতা কত ইউনিট দ্রব্য বিক্রির জন্য মজুত করবে?

সমাধান ঃ মনে করি খুচরা বিক্রেতা m ইউনিট মজুত করছে এবং তার চাহিদা হচ্ছে n ইউনিট। তাহলে যদি $n > m$ হয় অর্থাৎ মজুতের তুলনায় চাহিদা বেশি হয়, তাহলে যা মজুত করেছে সবই বিক্রি হবে। এক ইউনিট বিক্রিতে লাভ হয় $(5 - 2) = 3$ টাকা। সুতরাং m ইউনিটে মুনাফা হবে $3m$ টাকা। সুতরাং তার মুনাফা $= 5m - 2m = 3m$ যদি $n > m$ হয়। অন্যদিকে যদি $n \leq m$ হয়, অর্থাৎ চাহিদা মজুতের সমান বা মজুত অপেক্ষা কম হয় তাহলে মোট বিক্রয় লব্ধ আয় হবে $5n$ কিন্তু মোট ব্যয় হবে $2m$. সুতরাং মুনাফা $= 5n - 2m$ যদি $n \leq m$ হয়। এই সূত্র দুটি থেকে বিভিন্ন পরিমাণ মজুত এবং বিভিন্ন প্রকৃতির অবস্থায় মুনাফা কত হবে তা বের করা সম্ভব। নীচের সারণিতে এটা দেখানো হল ঃ

	চাহিদার পরিমাণ (n)			
	10	11	12	13
10	(5×10)−2×10 =30	3×10=30	3×10=30	3×10=30
11	(5×10)−2×11 =28	(5×11)−2×11 =33	3×11 = 33	3×11 =33
12	5×10−2×12 =26	5×11−2×12 =31	5×12−2×12 =36	3×12 =36
13	5×10−2×13 =24	5×11−2×13 =29	5×12−2×13 =34	5×13−2×13 =39

অতীতের অভিজ্ঞতা থেকে বিভিন্ন পরিমাণ চাহিদা হওয়ার সম্ভাবনা জানা আছে। সম্ভাবনাগুলি যথাক্রমে 10 ইউনিটের জন্য 0·15, 11 ইউনিটের জন্য 0·20, 12 ইউনিটের জন্য 0·40 এবং 13 ইউনিটের জন্য 0·25. এই সম্ভাবনাগুলিকে ধরে বিভিন্ন মজুতের পরিমাণের প্রত্যাশিত মুনাফা এখন বার করা যেতে পারে। প্রাপ্তি ম্যাট্রিক্সটি হল নিম্নরূপ ঃ

		প্রকৃতির অবস্থা (চাহিদার পরিমাণ)				
		10 (0·15)	11 (0·20)	12 (0·40)	13 (0·25)	সম্ভাবনা
কৌশল (মজুতের পরিমাণ)	10	30	30	30	30	
	11	28	33	33	33	
	12	26	31	36	26	
	13	24	29	34	39	

এখন 10 ইউনিট মজুত করলে প্রত্যাশিত মুনাফা (Expected monetary value বা সংক্ষেপে EMV) $EMV_{10} = 30\times0·15 + 30\times0·20 + 30\times0·40 + 30\times0·25 = 30$ টাকা।

11 ইউনিট মজুত করলে প্রত্যাশিত মুনাফা হবে

$EMV_{11} = 28\times0{\cdot}15 + 33\times0{\cdot}20 + 33\times0{\cdot}40 + 33\times0{\cdot}25$
$= 4{\cdot}20 + 6{\cdot}60 + 13{\cdot}20 + 8{\cdot}25 = 32{\cdot}25$ টাকা।

12 ইউনিট মজুত করলে প্রত্যাশিত মুনাফা হবে

$EMV_{12} = 26\times0{\cdot}15 + 31\times0{\cdot}20 + 36\times0{\cdot}40 + 36\times0{\cdot}25$
$= 3{\cdot}90 + 6{\cdot}20 + 14{\cdot}40 + 9{\cdot}00$
$= 33{\cdot}50$ টাকা

13 ইউনিট মজুত করলে প্রত্যাশিত মুনাফা হবে

$EMV_{13} = 24\times0{\cdot}15 + 29\times0{\cdot}20 + 34\times0{\cdot}40 + 39\times0{\cdot}25$
$= 3{\cdot}60 + 5{\cdot}80 + 13{\cdot}60 + 9{\cdot}75$
$= 32{\cdot}75$ টাকা

এই চারটি প্রত্যাশিত মুনাফার মধ্যে সর্বাপেক্ষা অধিক হল 33·50 টাকা। সুতরাং সর্বাধিক প্রত্যাশিত মুনাফা পাওয়ার জন্য খুচরা বিক্রেতা 12 ইউনিট দ্রব্য মজুত করবে। এটাই হবে সর্বোত্তম মজুতের সিদ্ধান্ত। □

B পূর্ণ তথ্য সমন্বিত প্রত্যাশিত মুনাফা (Expected Profit with Perfect Information)

মনে করা যাক আমাদের উপরের উদাহরণে খুচরা বিক্রেতার কোন অনিশ্চয়তা নাই। সে সকল সময়েই সম্ভাব্য চাহিদা সম্পর্কে পূর্ণ তথ্য পাচ্ছে। তার অর্থ কিন্তু এ নয় যে বিক্রি পরিবর্তিত হবে না। বিক্রি এখনও 10 থেকে 13 ইউনিট এর মধ্যে হতে পারে। এখনও 10 ইউনিট চাহিদার সম্ভাবনা 0·15, 11 ইউনিট চাহিদার সম্ভাবনা 0·20, 12 ইউনিট চাহিদার সম্ভাবনা 0·40 এবং 13 ইউনিট চাহিদার সম্ভাবনা 0·25। তবে পূর্ণ তথ্য বলতে বোঝান হচ্ছে যে কোন্ দিন কত চাহিদা হবে সেটা খুচরা বিক্রেতা পূর্বাহ্নে জানতে পারছে। ফলে সে ঠিক সেই পরিমাণই মজুত করছে। তার ফলে তার কোন মজুতই অবিক্রিত থাকছে না। আবার কোন ক্রেতাও বিফল হয়ে ফিরে যাচ্ছে না। অর্থাৎ যে দিন 10 ইউনিট চাহিদা সেদিন মজুতের পরিমাণ 10 ইউনিট; যেদিন 11 ইউনিট চাহিদা সেদিনও মজুতের পরিমাণ 11 ইউনিট ইত্যাদি। সেক্ষেত্রে বিভিন্ন কৌশলের মুনাফা বিভিন্ন চাহিদার অবস্থায় হবে নিম্নরূপ:

প্রকৃতির অবস্থা (চাহিদার পরিমাণ)

		10 (0·15)	11 (0·20)	12 (0·40)	13 (0·25)
কৌশল (মজুতের পরিমাণ)	10	10×3 30	—	—	—
	11	—	11×3 33	—	—
	12	—	—	36	—
	13	—	—	—	39

এখন খুচরা বিক্রেতা যদি তার দ্রব্যের চাহিদা প্রতিদিন নিশ্চিতরূপে জানে এবং সেই অনুযায়ী মজুত করে তাহলে তার প্রত্যাশিত মুনাফা হবে (30×0·15 + 33×0·20

+ 36×0·40 + 39×0·25) = (4·50 + 6·60 + 14·40 + 9·75) = 35·25 টাকা। অর্থাৎ খুচরা বিক্রেতা যদি নিশ্চিতভাবে জানে কোন্ দিন কত চাহিদা হবে এবং সেই অনুযায়ী যদি মজুত করে তাহলে সে গড়ে 35·25 টাকা লাভ করতে পারবে।

C. পূর্ণ তথ্যের প্রত্যাশিত মূল্য (Expected Value of Perfect Information)

ধরা যাক খুচরা বিক্রেতা একজন গণৎকার নিযুক্ত করতে চায় যিনি চাহিদার পরিমাণ নির্ভুলভাবে ভবিষ্যৎবাণী করতে পারেন। সেই গণৎকার খুচরা বিক্রেতার মুনাফা কতটা বাড়াতে সাহায্য করবেন? আমরা দেখেছি যে নির্ভুল ভবিষ্যৎবাণী না থাকলে খুচরা বিক্রেতা প্রত্যাশিত মুনাফা সর্বাধিক করার নীতি গ্রহণ করে এবং তার ফলে তার মুনাফা হয় 33·50 টাকা। অন্যদিকে নির্ভুল ভবিষ্যৎবাণী থাকলে প্রত্যাশিত মুনাফা হয় 35·25 টাকা। সুতরাং নির্ভুল ভবিষ্যৎবাণীর ক্ষেত্রে খুচরা বিক্রেতার প্রত্যাশিত মুনাফা বাড়ছে (35·25 − 33·50) = 1·75 টাকা। একে বলা যেতে পারে পূর্ণ তথ্যের প্রত্যাশিত মূল্য (Expected Value of Perfect Information বা সংক্ষেপে EVPI)। খুচরা বিক্রেতা গণৎকারকে তাঁর নির্ভুল ভবিষ্যৎবাণীর জন্য 1·75 টাকার বেশি দিতে কখনই রাজি হবে না কারণ গণৎকার প্রদত্ত সংবাদের ফলে মুনাফা 1·75 টাকাই বাড়ছে।

D. প্রত্যাশিত ক্ষতির মানদণ্ড (Expected Loss Criterion)

প্রত্যাশিত মুনাফার মানদণ্ড অনুযায়ী যে কৌশলের প্রত্যাশিত মুনাফা সর্বাধিক সেটিই সর্বোত্তম কৌশল। প্রত্যাশিত মুনাফার পরিবর্তে প্রত্যাশিত ক্ষতির মাধ্যমেও বিকল্পভাবে সর্বোত্তম কৌশল নির্ধারণ করা যেতে পারে। যে কৌশলের ক্ষেত্রে প্রত্যাশিত ক্ষতি সর্বনিম্ন সেই কৌশলই হবে সর্বোত্তম কৌশল। ক্ষতি দু ধরনের হতে পারে। **প্রথমত,** যদি খুচরা বিক্রেতা চাহিদার তুলনায় বেশি মজুত করে থাকে তাহলে কিছু পরিমাণ দ্রব্য অবিক্রিত পড়ে থাকবে এবং ঐ সমস্ত দ্রব্যের যেটা ক্রয়মূল্য সেটাই হবে ক্ষতি। **দ্বিতীয়ত,** যদি খুচরা বিক্রেতা চাহিদার তুলনায় মজুত কম করে থাকে তাহলে আপাতদৃষ্টিতে তার কোন ক্ষতি হচ্ছে না ঠিকই; কিন্তু সে আরও বেশি লাভ করার সুযোগ থেকে বঞ্চিত হচ্ছে। এটাও এক ধরনের ক্ষতি। একে বলা হয় সুযোগ-ক্ষতি (opportunity loss)। আর যদি খুচরা বিক্রেতার মজুত, চাহিদার সমান হয় তাহলে এই দুই ধরনের ক্ষতির কোনোটিই খুচরা বিক্রেতার হবে না। বিভিন্ন কৌশল গ্রহণ করলে এবং বিভিন্ন চাহিদার অবস্থায় ক্ষতি কত হবে তা নীচের ম্যাট্রিক্স থেকে জানা যাবে।

প্রকৃতির অবস্থা (চাহিদার পরিমাণ)

		10 (0·15)	11 (0·20)	12 (0·40)	13 (0·25)
কৌশল (মজুতের পরিমাণ)	10	0	3	6	9
	11	2	0	3	6
	12	4	2	0	3
	13	6	4	2	0

এই ম্যাট্রিক্সটি এইভাবে আমরা পাই: যদি 10 ইউনিট মজুত হয় কিন্তু 11 ইউনিট চাহিদা হয় তাহলে 1 ইউনিট আরও বিক্রি করা সম্ভব হতো এবং 1 ইউনিটের বিক্রি

থেকে 3 টাকা লাভ হতো। সুতরাং এক্ষেত্রে 3 টাকা সুযোগ-ক্ষতি। আবার যদি 10 ইউনিট মজুত হয় কিন্তু 12 ইউনিট চাহিদা হয় তাহলে 2 ইউনিট বিক্রয়ের সুযোগ থেকে বঞ্চিত হচ্ছে এবং এই 2 ইউনিটের জন্য 2 × 3 = 6 টাকা সুযোগ-ক্ষতি হচ্ছে। অনুরূপ ভাবে যদি মজুত হয় 11 ইউনিট আর চাহিদা হয় 10 ইউনিট তাহলে 1 ইউনিট অবিক্রিত থাকছে। এই এক ইউনিটের ক্রয়মূল্য 2 টাকা। সুতরাং 2 টাকা ক্ষতি হচ্ছে। আবার যদি মজুত হয় 12 ইউনিট কিন্তু চাহিদা হয় 10 ইউনিট তাহলে 2 ইউনিট অবিক্রিত থাকছে এবং তার ফলে ক্ষতি হচ্ছে 2 × 2 = 4 টাকা এই ভাবে সমগ্র ম্যাট্রিক্সটি নির্ণয় করা যেতে পারে। বিভিন্ন চাহিদার অবস্থার সম্ভাবনাগুলি আগের মতোই ধরা হয়েছে এখন বিভিন্ন কৌশলের প্রত্যাশিত ক্ষতি এইভাবে নির্ধারণ করা যেতে পারেঃ

10 ইউনিট মজুত করলে প্রত্যাশিত ক্ষতি (EOL_{10})

$0 \times 0{\cdot}15 + 3 \times 0{\cdot}20 + 6 \times 0{\cdot}40 + 9 \times 0{\cdot}25$

$= 0 + 0{\cdot}60 + 2{\cdot}40 + 2{\cdot}25$

$= 5{\cdot}25$ টাকা

অনুরূপ ভাবে

$EOL_{11} = 2 \times 0{\cdot}15 + 0 \times 0{\cdot}20 + 3 \times 0{\cdot}40 + 6 \times 0{\cdot}25$

$= 0{\cdot}30 + 0{\cdot}00 + 1{\cdot}20 + 1{\cdot}50$

$= 3{\cdot}00$ টাকা

$EOL_{12} = 4 \times 0{\cdot}15 + 2 \times 0{\cdot}20 + 0 \times 0{\cdot}40 + 3 \times 0{\cdot}25$

$= 0{\cdot}60 + 0{\cdot}40 + 0{\cdot}00 + 0{\cdot}75$

$= 1{\cdot}75$ টাকা

$EOL_{13} = 6 \times 0{\cdot}15 + 4 \times 0{\cdot}20 + 2 \times 0{\cdot}40 + 0 \times 0{\cdot}25$

$= 0{\cdot}90 + 0{\cdot}80 + 0{\cdot}80 + 0{\cdot}00$

$= 2{\cdot}50$ টাকা

দেখা যাচ্ছে প্রত্যাশিত ক্ষতি সর্বাপেক্ষা কম 12 ইউনিটের ক্ষেত্রে। সুতরাং খুচরা বিক্রেতার সর্বোত্তম কৌশল হল 12 ইউনিট মজুত করা। প্রত্যাশিত মুনাফা সর্বাধিক করেও আমরা একই সিদ্ধান্তে এসে পৌঁছেছিলাম।

একটি বিষয় লক্ষ্য করা যেতে পারে। সর্বোত্তম সিদ্ধান্তের প্রত্যাশিত ক্ষতি (EOL_{12} = 1·75 টাকা) সকল সময়ে পূর্ণ তথ্যের প্রত্যাশিত মূল্যের (EVPI = 1·75 টাকা) সমান। তাছাড়া প্রতিটি কৌশলের প্রত্যাশিত মুনাফা (EMV) এবং প্রত্যাশিত ক্ষতির (EOL) যোগফল পূর্ণ তথ্য সমন্বিত প্রত্যাশিত মুনাফার (Expected profit with perfect information) সমান। পরপৃষ্ঠার সারণি থেকে এটা দেখা যাবেঃ

বিভিন্ন কৌশলের প্রত্যাশিত মুনাফা ও প্রত্যাশিত ক্ষতি

কৌশল	EMV	EOL	Expected profit with perfect information
(1)	(2)	(3)	(4) = (2) + (3)
10 ইউনিট মজুত	30·00	5·25	35·25
11 ,, ,,	32·25	3·00	35·25
12 ,, ,,	33·50	1·75	35·25
13 ,, ,,	32·75	2·50	35·25

9.4. অনিশ্চিত অবস্থায় সিদ্ধান্ত গ্রহণ (Decision Making under Conditions of Uncertainty)

অনিশ্চিত অবস্থা বলতে আমরা এমন এক অবস্থা বুঝি যখন প্রকৃতির বিভিন্ন অবস্থা সম্পর্কে কোন জ্ঞান আমাদের নেই। ঝুঁকির অবস্থায় প্রকৃতির বিভিন্ন অবস্থার সম্ভাবনা জানা থাকে। কিন্তু অনিশ্চয়তার সময় এই সম্ভাবনাগুলি জানা থাকে না। তার ফলে, ঝুঁকির সময় বিভিন্ন কৌশলের প্রত্যাশিত লাভ বা প্রত্যাশিত ক্ষতি নির্ণয় করা যায়। কিন্তু অনিশ্চয়তার সময় এই প্রত্যাশিত লাভ বা প্রত্যাশিত ক্ষতি নির্ণয় করা যায় না। যেহেতু বিভিন্ন ব্যক্তির ঝুঁকির প্রতি মনোভাব বিভিন্ন, সেজন্য অনিশ্চিত অবস্থায় বিভিন্ন জন বিভিন্ন কৌশল অবলম্বন করতে পারে। কেউ বেশি ঝুঁকি পছন্দ করে আবার কেউ বা বেশি নিরাপত্তা পছন্দ করে। তার ফলে অনিশ্চিত অবস্থায় সিদ্ধান্ত গ্রহণের জন্য বিভিন্ন মানদণ্ড প্রস্তাবিত হয়েছে। তার কয়েকটি নীচে আলোচনা করা হলঃ

A. সর্বাধিক-সর্বনিম্ন মানদণ্ড (The Maximin Criterion)

এই মানদণ্ড অনুযায়ী সিদ্ধান্ত গ্রহীতা প্রথমে প্রতিটি কৌশলের সর্বনিম্ন প্রাপ্তিটি চিহ্নিত করবেন। তারপর এই সর্বনিম্ন প্রাপ্তিগুলির মধ্যে যেটি সর্বাধিক সেটি যে কৌশলে পাওয়া যায়, সেই কৌশলই সিদ্ধান্ত গ্রহীতা গ্রহণ করবেন। এই মানদণ্ড নয়ম্যান ও মরগেনস্টার্ন (Neumann and Morgenstern) প্রস্তাব করেন। ক্রীড়া তত্ত্বেও প্রতিটি খেলোয়াড় এই ধরনের মনোভাব গ্রহণ করে থাকেন। এখানে মূল নীতি হল মন্দের মধ্যে ভালটিকে গ্রহণ করা।

নীচের প্রাপ্তি ম্যাট্রিক্সটি বিচার করা যাকঃ

		প্রকৃতির অবস্থা			সারির নিম্নতম মান
		N_1	N_2	N_3	
কৌশল	S_1	3	−2	1	−2
	S_2	−6	5	4	−6
	S_3	6	−3	2	−3

মনে করা যাক সিদ্ধান্ত গ্রহীতার তিনটি কৌশল রয়েছে S_1, S_2, S_3। এই তিনটি কৌশলের যে কোন একটি সিদ্ধান্ত গ্রহীতা গ্রহণ করতে পারেন। আরও মনে করা যাক প্রকৃতির অবস্থা N_1, N_2, N_3এই তিনরকম হতে পারে। তাহলে তিনটি কৌশল এবং তিনটি অবস্থার সমন্বয়ে মোট 9 টি প্রাপ্তি হওয়া সম্ভব। এগুলিকে দিয়ে প্রাপ্তি **ম্যাট্রিক্সটি** তৈরী করা হয়েছে। এখন তিনটি কৌশলের মধ্যে কোন্‌টি গ্রহণ করা হবে সর্বাধিক সর্বনিম্ন মানদণ্ড অনুযায়ী তা বের করতে হবে। প্রথম কৌশলটি গ্রহণ করলে সর্বনিম্ন প্রাপ্তি হতে পারে –2 যা হল প্রথম সারির প্রাপ্তিগুলির সর্বনিম্ন মান। অনুরূপভাবে দ্বিতীয় কৌশলটি গ্রহণ করলে সর্বনিম্ন প্রাপ্তি হবে –6 এবং তৃতীয় কৌশলটি গ্রহণ করলে সর্বনিম্ন প্রাপ্তি হবে –3। এই তিনটি সর্বনিম্ন মানের মধ্যে সর্বাধিক হল –2 যা প্রথম সারিতে অবস্থিত। সুতরাং সর্বাধিক-সর্বনিম্ন মানদণ্ড অনুযায়ী সর্বোত্তম কৌশল হবে S_1।

সর্বোত্তম-সর্বনিম্ন মানদণ্ডে একটা বিষয় ধরে নেওয়া হচ্ছে। সেটা এই যে, সব থেকে খারাপটাই ঘটতে পারে এবং তার বিরুদ্ধে প্রতিরোধ নিতে হবে। এই ধরনের অনুমান ক্রীড়াতত্ত্বে ধরাটা যুক্তিযুক্ত কারণ ক্রীড়াতত্ত্বে দুজন খেলোয়াড়ের মধ্যে স্বার্থের সংঘাত থাকে এবং প্রত্যেকেই চায় এমন কৌশল গ্রহণ করতে যেন অপরের প্রাপ্তি সব থেকে কম হয়। কিন্তু অনিশ্চিত অবস্থায় সিদ্ধান্ত গ্রহণের ক্ষেত্রে এই অনুমান যুক্তিযুক্ত নয় কারণ এখানে দুজন খেলোয়াড়ের মধ্যে একজন হল প্রকৃতি, যাকে নিষ্ক্রিয় খেলোয়াড় বলা যেতে পারে। সিদ্ধান্ত গ্রহীতা কোন কৌশল গ্রহণ করলে তাঁর প্রাপ্তি সর্বনিম্ন করার জন্য যথোপযুক্ত কৌশল গ্রহণ করার ক্ষমতা প্রকৃতির নাই।

তাছাড়া এই মানদণ্ডে প্রতিটি সারিতে শুধুমাত্র একটা প্রাপ্তিই বিচার করা হচ্ছে। ঐ সব সারির অন্য প্রাপ্তিগুলিকে একদম বিচার করা হচ্ছে না। এটাও বাস্তবোচিত অনুমান নয়। প্রতিটি কৌশলের অন্য প্রাপ্তিগুলিও অনেক সময় সিদ্ধান্ত গ্রহণকে প্রভাবিত করে থাকে। নীচের প্রাপ্তি ম্যাট্রিক্সটি ধরা যাক ঃ

		প্রকৃতির অবস্থা			সারির
		N_1	N_2	N_3	সর্বনিম্ন মান
কৌশল	S_1	100	2	1	1
	S_2	99	98	0	0

এক্ষেত্রে S_1, S_2 এই দুটি কৌশল আছে এবং N_1, N_2, N_3 তিনটি প্রকৃতির অবস্থা আছে। সর্বাধিক সর্বনিম্ন মানদণ্ড অনুযায়ী S_1 কৌশল গ্রহণ করা উচিত। কিন্তু লক্ষ্য করার বিষয় যে প্রকৃতির অবস্থা N_1 বা N_3 হলে S_1 এবং S_2 এই দুটি কৌশলের প্রায় একই বা কাছাকাছি প্রাপ্তি ঘটে। কিন্তু প্রকৃতির অবস্থা N_2 হলে S_2-তে অনেক বেশি প্রাপ্তি ঘটে। সুতরাং প্রকৃতির অবস্থা N_2 ঘটবে এই আশায় কোন ব্যক্তি S_2 কৌশল গ্রহণ করতে পারেন। এটা আরও যুক্তিসঙ্গত এই কারণে যে, যদি প্রকৃতির অবস্থা N_2 না ঘটে N_1 বা N_3 ঘটে তাহলেও S_2 কৌশল গ্রহণ করার ফলে S_1 কৌশলের তুলনায় ক্ষতি অল্পই হচ্ছে। সুতরাং এটা স্বাভাবিক যে সিদ্ধান্ত গ্রহীতা S_2 কৌশল গ্রহণ করতেই পারেন।

B. সর্বোচ্চের মধ্যে সর্বাধিক মানদণ্ড (The Maximax Criterion)

এই মানদণ্ড অনুযায়ী সিদ্ধান্ত গ্রহীতা প্রতিটি কৌশলের সর্বোচ্চ প্রাপ্তিটি প্রথমে চিহ্নিত করবেন এবং এই সর্বোচ্চ প্রাপ্তিগুলির মধ্যে যেটি সর্বাধিক, সেই প্রাপ্তি পাওয়া যায় যে কৌশলে সেই কৌশল গ্রহণ করবেন। কাজেই এই পদ্ধতিতে প্রাপ্তি ম্যাট্রিক্সের সমস্ত সারির সর্বোচ্চ মানগুলিকে প্রথমে বার করা হয় এবং সেই সর্বোচ্চ মানগুলির মধ্যে যেটি সর্বাধিক সেটি নির্ণয় করা হয়। নীচের উদাহরণের সাহায্যে বিষয়টি ব্যাখ্যা করা যেতে পারে। মনে করি তিনটি কৌশল আছে S_1, S_2 এবং S_3. অন্যদিকে মনে করি প্রকৃতির অবস্থাও তিনটি হতে পারে N_1, N_2 এবং N_3। সিদ্ধান্ত গ্রহীতার প্রাপ্তি ম্যাট্রিক্সটি নিম্নরূপ ঃ

		প্রকৃতির অবস্থা			সারির সর্বোচ্চ মান
		N_1	N_2	N_3	
কৌশল	S_1	13	8	11	13
	S_2	4	15	14	15
	S_3	16	7	12	16

এই প্রাপ্তি ম্যাট্রিক্স থেকে দেখা যাচ্ছে যে S_1 কৌশলের সর্বোচ্চ প্রাপ্তি 13, S_2 কৌশলের সর্বোচ্চ প্রাপ্তি 15 এবং S_3 কৌশলের সর্বোচ্চ প্রাপ্তি 16। এই তিনটির মধ্যে সর্বাধিক 16 যা S_3 কৌশল থেকে পাওয়া যায়। সুতরাং সর্বোচ্চের মধ্যে সর্বাধিক মান দণ্ড অনুযায়ী সর্বোত্তম কৌশল হল S_3।

এই মানদণ্ডটি সর্বাধিক-সর্বনিম্ন মানদণ্ডের বিপরীত মেরুতে অবস্থিত। এই মানদণ্ডের দুটি ত্রুটির উল্লেখ করা যেতে পারে। **প্রথমত,** এই মানদণ্ডে সর্বোচ্চ প্রাপ্তিগুলিকেই ধরা হচ্ছে। সেই সর্বোচ্চ প্রাপ্তির সম্ভাবনা খুব কম হলেও সর্বোচ্চ প্রাপ্তিই চাওয়া হচ্ছে। কোনো ব্যক্তি, মনে করা যাক, বিভিন্ন লটারীর টিকিট কিনতে চান। প্রতি লটারীর প্রথম পুরস্কার বিভিন্ন। এখন বিভিন্ন লটারীর টিকিটের দাম বিভিন্ন হতে পারে। বিভিন্ন লটারীতে পুরস্কারের সংখ্যা বিভিন্ন হতে পারে। এ সমস্ত বিচার না করে ব্যক্তি যদি যে লটারীর প্রথম পুরস্কার সর্বাধিক সেই লটারীর টিকিট কাটেন, তাহলে ঐ ব্যক্তি এই মানদণ্ড অনুসরণ করছেন বলা যায়। এক্ষেত্রে ব্যক্তি সর্বাধিক আকর্ষণীয় বা চাকচিক্যময় পুরস্কারটিই বেছে নেন। ব্যক্তির আচরণ অনেকটা জুয়াড়ীর মতো যে অত্যাধিক ঝুঁকি নিতে ভালবাসে (Plunger)। **দ্বিতীয়ত,** এই মানদণ্ডে সর্বোচ্চ প্রাপ্তিটিই শুধু বিচার করা হচ্ছে। অন্য প্রাপ্তিগুলিকে বিচার করা হচ্ছে না। এই আচরণও যুক্তিসঙ্গত নয়।

C. হুরউইজ্ আলফা মানদণ্ড (The Hurwicz α Criterion)

সর্বাধিক-সর্বনিম্ন মানদণ্ডে প্রতিটি কৌশলের সর্বনিম্ন প্রাপ্তিকে বিচার করে সিদ্ধান্ত নেওয়া হয়। অন্যদিকে সর্বোচ্চের মধ্যে সর্বাধিক মানদণ্ডে প্রতিটি কৌশলের সর্বোচ্চ প্রাপ্তিকে বিচার করে সিদ্ধান্ত নেওয়া হয়। এই দুটি মানদণ্ডের মধ্যে একটা সমন্বয় সাধনের চেষ্টা করা হছে হুরউইজ্-এর মানদণ্ডে। তিনি প্রস্তাব করেছেন যে প্রতিটি কৌশলের সর্বনিম্ন ও সর্বোচ্চ প্রাপ্তির গুরুত্বশীল গড়ের (weighted average) সাহায্যে সিদ্ধান্ত নেওয়া উচিত। সিদ্ধান্ত

গ্রহণকারী সর্বোচ্চ প্রাপ্তির একটা সম্ভাবনা ধরে নেন। প্রতিটি কৌশলের জন্যই এই সম্ভাবনা একই থাকে। এই সম্ভাবনা একান্তই তাঁর মানসিক ধারণা প্রসূত। একে আশাবাদের সহগ (Coefficient of optimism)-ও বলা হয়। মনে করি α হচ্ছে প্রতিটি কৌশলের সর্বোচ্চ প্রাপ্তির সম্ভাবনা $(0<\alpha<1)$। আরও মনে করা যাক যে $(1-\alpha)$ হল প্রতিটি কৌশলের সর্বনিম্ন প্রাপ্তির সম্ভাবনা। আমরা ধরে নিচ্ছি যে কোন কৌশলের সর্বোচ্চ প্রাপ্তি এবং সর্বনিম্ন প্রাপ্তির গুরুত্বশীল গড় করার সময় সর্বোচ্চ প্রাপ্তির সম্ভাবনাকে এর গুরুত্ব এবং সর্বনিম্ন প্রাপ্তির সম্ভাবনাকে এর গুরুত্ব হিসাবে ধরা হচ্ছে। যে কৌশলে এই গুরুত্বশীল গড় সর্বাধিক সেই কৌশলই হবে হুরউইজ্-এর মানদণ্ড অনুযায়ী সর্বোত্তম কৌশল।

নীচের প্রাপ্তি ম্যাট্রিক্স এর সাহায্যে এই মানদণ্ডটি ব্যাখ্যা করা যেতে পারে।

প্রকৃতির অবস্থা

		N_1	N_2	N_3	সারির সর্বোচ্চ মান	সারির সর্বনিম্ন মান
	S_1	3	-2	1	3	-2
কৌশল	S_2	-6	5	5	5	-6
	S_3	6	-3	2	6	-3

এখন মনে করা যাক, সিদ্ধান্ত গ্রহীতা ধরে নিচ্ছেন যে $\alpha = 0{\cdot}6$ এবং $1-\alpha = 0{\cdot}4$. অর্থাৎ এটা ধরে নেওয়া হচ্ছে যে প্রতি কৌশলেই সর্বাধিক প্রাপ্তির সম্ভাবনা $0{\cdot}6$ এবং সর্বনিম্ন প্রাপ্তির সম্ভাবনা $0{\cdot}4$. এই সম্ভাবনাগুলিকে গুরুত্ব (weight) হিসাবে গ্রহণ করে প্রতিটি কৌশলের সর্বোচ্চ মান ও সর্বনিম্ন মানের গুরুত্বশীল গড় করলে আমরা নীচের ফলগুলি পাই।

S_1 কৌশলের গড় প্রাপ্তি $= 3\times0{\cdot}6 + (-2)\times0{\cdot}4 = 1{\cdot}0$

S_2 ,, ,, ,, $= 5\times0{\cdot}6 + (-6)\times0{\cdot}4 = 0{\cdot}6$

S_3 ,, ,, ,, $= 6\times0{\cdot}6 + (-3)\times0{\cdot}4 = 2{\cdot}4$

এখানে দেখা যাচ্ছে যে S_3 কৌশলের ক্ষেত্রে গুরুত্বশীল গড় সব থেকে বড়। সুতরাং সিদ্ধান্ত গ্রহীতা S_3 কৌশল গ্রহণ করবেন এই মানদণ্ড অনুযায়ী—যদি অবশ্য তিনি ধরে নেন যে $\alpha = 0{\cdot}6$, অর্থাৎ প্রতি কৌশলেই সর্বোচ্চ প্রাপ্তির সম্ভাবনা $0{\cdot}6$। অবশ্য α-এর মান অন্য কিছু ধরলে সিদ্ধান্ত অন্য হওয়াও সম্ভব।

হুরউইজ্-এর মানদণ্ডের দুটি ত্রুটির কথা উল্লেখ করা যেতে পারে।

প্রথমত, এই মানদণ্ডে প্রতিটি কৌশলের শুধুমাত্র সর্বোচ্চ এবং সর্বনিম্ন প্রাপ্তিকেই ধরা হচ্ছে। মাঝের প্রাপ্তিগুলিকে একেবারেই বিচার করা হচ্ছে না।

দ্বিতীয়ত, আশাবাদের সহগ (Coefficient of optimism), যাকে আমরা α বলেছি, সিদ্ধান্ত গ্রহীতার মানসিক ধারণা। একে সঠিক ভাবে পরিমাপ করা যায় না। কাজেই এক একজন ব্যক্তির কাছে α-এর মান এক এক রকমের হতে পারে সেটা ব্যক্তির মানসিক ধারণার উপর নির্ভর করবে।

D. বেজ্-এর মানদণ্ড (The Bayes Criterion)

এই মানদণ্ডটি অনেক প্রাচীন। এটি লাপলাসের মানদণ্ড (Laplace criterion) বা সমসম্ভাবনার নিয়ম (Equi-probable rule) নামেও পরিচিত। এই সূত্রের মূল বক্তব্য এই যে প্রকৃতির বিভিন্ন অবস্থার সম্ভাবনা যদি অনিশ্চিত বা অজ্ঞাত হয় তবে প্রতিটি প্রকৃতির অবস্থার সম্ভাবনা সমান ধরা যেতে পারে। যদি প্রকৃতির অবস্থা তিনটি থাকে তাহলে প্রতিটি অবস্থার সম্ভাবনা $\frac{1}{3}$ ধরা যেতে পারে। এই সম্ভাবনাগুলিকে নিয়ে প্রাপ্তি ম্যাট্রিক্স থেকে প্রতিটি কৌশলের প্রত্যাশিত লাভ বার করা যেতে পারে। যে কৌশলের প্রত্যাশিত লাভ সব থেকে বেশি সেই কৌশলই হবে সর্বোত্তম কৌশল। সিদ্ধান্ত গ্রহীতা ঐ কৌশলই গ্রহণ করার সিদ্ধান্ত নেবেন। যখন প্রকৃতির বিভিন্ন অবস্থার সম্ভাবনা পাওয়া গেল তখন অনিশ্চয়তা অবস্থার পরিবর্তে ঝুঁকি অবস্থা পাওয়া গেল এবং ঝুঁকি অবস্থায় সিদ্ধান্ত গ্রহণের জন্য প্রত্যাশিত লাভের মানদণ্ড ব্যবহার করা হ'ল।

নীচের প্রাপ্তি ম্যাট্রিক্সটি বিচার করা যাক:

প্রকৃতির অবস্থা

		$N_1(\frac{1}{3})$	$N_2(\frac{1}{3})$	$N_3(\frac{1}{3})$
	S_1	3	-2	1
কৌশল	S_2	-6	5	4
	S_3	6	-3	2

এখানে প্রকৃতির অবস্থা তিনটি। সুতরাং প্রতিটিকে সমান সম্ভাবনা যুক্ত ধরলে প্রতিটির সম্ভাবনা হয় $\frac{1}{3}$. এখন S_1 কৌশলের প্রত্যাশিত লাভ $(EV_1) = 3\times\frac{1}{3} + (-2)\times\frac{1}{3} + 1\times\frac{1}{3} = (3-2+1)\times\frac{1}{3} = \frac{2}{3}$. অনুরূপ ভাবে S_2 কৌশলের প্রত্যাশিত লাভ $(EV_2) = (-6+5+4)\times\frac{1}{3} = 1$ এবং S_3 কৌশলের প্রত্যাশিত লাভ $(EV_3) = (6-3+2)\times\frac{1}{3} = \frac{5}{3}$.

দেখা যাচ্ছে যে S_3 কৌশলের প্রত্যাশিত লাভ EV_3 সব থেকে বেশি। সুতরাং বেজ্-এর মানদণ্ড অনুযায়ী সিদ্ধান্ত গ্রহীতা S_3 কৌশল গ্রহণ করবেন। এটাই হবে সর্বোত্তম সিদ্ধান্ত।

অন্যান্য মানদণ্ডের তুলনায় বেজের মানদণ্ডের সুবিধা হল যে এই মানদণ্ডে প্রতিটি কৌশলের ক্ষেত্রেই সমস্ত প্রাপ্তিকে বিচার করা হয়। শুধুমাত্র সর্বাধিক প্রাপ্তি বা সর্বনিম্ন প্রাপ্তিকেই কেবলমাত্র বিচার করা হয় না। এই দিক থেকে দেখতে গেলে বেজের মানদণ্ড অন্যান্য মানদণ্ড অপেক্ষা উন্নত।

তবে বেজের মানদণ্ডও সম্পূর্ণরূপে ত্রুটিমুক্ত নয়। যখন অনিশ্চয়তার অবস্থা থাকে তখন প্রকৃতির অবস্থা কি কি হতে পারে সে সম্পর্কেও আমাদের জ্ঞান সীমিত হতে পারে।

প্রকৃতির অবস্থা কি কি হতে পারে তা জানা না থাকলে প্রতিটি প্রকৃতির অবস্থার সম্ভাবনাও সঠিক ভাবে জানা যায় না। উদাহরণ স্বরূপ প্রকৃতির অবস্থা যদি দুটি হয় N_1 এবং N_2 তাহলে প্রত্যেকটির সম্ভাবনা সমান ধরলে প্রতিটির সম্ভাবনা $\frac{1}{2}$ ধরতে হয়। আবার প্রকৃতির অবস্থা যদি তিনটি হয় N_1, N_2 এবং N_3 তাহলে প্রতিটির সম্ভাবনা $\frac{1}{3}$ ধরতে হয়। কাজেই প্রকৃতির অবস্থা সম্পর্কে যদি পূর্বাহ্নেই কোন সংবাদ না পাওয়া যায় তাহলে প্রতিটি কৌশলের সম্ভাবনা নির্ধারণ করা যায় না।

মনে করা যাক একজন বিক্রেতা দুটি কৌশল বিচার করছেন। একটি হল গরম খাবার বিক্রি করা আর অপরটি হল আইসক্রিম বিক্রি করা। কোন্ জিনিসটি বিক্রি করবেন সে বিষয়ে বিক্রেতাকে সিদ্ধান্ত নিতে হবে। প্রকৃতির অবস্থা সম্পর্কে কিছুই জানা নেই। প্রকৃতির অবস্থা বলতে এখানে আবহাওয়ার কথা বলা যেতে পারে। আবহাওয়া সংক্রান্ত কোন সংবাদ জানা না থাকলে বিক্রেতা তিনটি প্রকৃতির অবস্থা ধরে নিতে পারেন—রোদ ঝলমল দিন, মেঘলা দিন এবং বাদল দিন। প্রত্যেকটির সম্ভাবনা তখন $\frac{1}{3}$ করে ধরতে হবে। অন্য দিকে কোন সংবাদ না থাকলে বিক্রেতা প্রকৃতির অবস্থা দু রকম ধরতে পারেন—বাদল দিন ও শুষ্ক দিন। দুটিই সমান সম্ভাবনা যুক্ত ধরলে প্রতিটির সম্ভাবনা $\frac{1}{2}$ ধরতে হয়। এইভাবে দেখা যায় যে প্রকৃতির অবস্থা সম্পর্কে পূর্ণ জ্ঞান না থাকলে প্রকৃতির অবস্থার সম্ভাবনা সঠিক ভাবে নির্ণয় করা যায় না।

অনেকে মনে করেন যে প্রকৃতির সমস্ত অবস্থাকে সমসম্ভাবনাযুক্ত মনে করা অবাস্তব অনুমান। অধিকাংশ সময়েই সিদ্ধান্ত গ্রহীতা তাঁর ব্যক্তিগত জ্ঞান বা অভিজ্ঞতার ভিত্তিতে প্রকৃতির বিভিন্ন অবস্থার সম্ভাবনার সম্ভাব্য মান পেতে পারেন। সেই সম্ভাবনাগুলি ব্যক্তিগত সম্ভাবনা (subjective probabilities)। এই ব্যক্তিগত সম্ভাবনাগুলিকে নিয়ে প্রতিটি কৌশলের প্রত্যাশিত মূল্য বের করা যেতে পারে এবং যে কৌশলের প্রত্যাশিত মূল্য সর্বাধিক সেই কৌশল হবে সর্বোত্তম কৌশল। উপরের প্রাপ্তি ম্যাট্রিক্সে ব্যক্তিগত বিশ্বাসের ভিত্তিতে যদি ধরা হয় যে N_1-এর সম্ভাবনা 0·3 N_2-এর সম্ভাবনা 0·5 এবং N_3-এর সম্ভাবনা 0·2, তাহলে দেখা যায় যে

$$EV_1 = 3(0·3) - 2(0·5) + 1(0·2) = 0·1$$
$$EV_2 = 6(0·3) + 5(0·5) + 4(0·2) = 1·5$$
$$EV_3 = 6(0·3) - 3(0·5) + 2(0·2) = 0·7$$

এখন S_2 কৌশলের প্রত্যাশিত মূল্য অর্থাৎ EV_2 হল সর্বাধিক। সুতরাং এখন সর্বোত্তম কৌশল হল S_2, আগের মতো S_3 নয়।

E. সর্বনিম্ন-সর্বাধিক অনুতাপ মানদণ্ড (Minimax Regret Criterion)

অধ্যাপক স্যাভেজ এই মানদণ্ড প্রস্তাব করেছেন। এই মানদণ্ড অনুযায়ী মূল প্রাপ্তি ম্যাট্রিক্স থেকে প্রথমে একটি অনুতাপ ম্যাট্রিক্স নির্ণয় করতে হবে। তারপর প্রতি কৌশলের সর্বাধিক

অনুতাপগুলি বের করতে হবে। যে কৌশলের সর্বাধিক অনুতাপ হবে সর্বনিম্ন সেই কৌশলই হবে সর্বোত্তম কৌশল। এখন অনুতাপ (regret) কাকে বলে বা অনুতাপ ম্যাট্রিক্স কিভাবে নির্ণয় করা যায় তা দেখা যাক। সিদ্ধান্ত গ্রহীতা যদি জানতেন প্রকৃতির কোন্ অবস্থা বিরাজ করবে তাহলে সেই অনুযায়ী তাঁর কৌশল স্থির করতেন। সেক্ষেত্রে তাঁর অনুতাপ কিছু থাকতো না। স্পষ্টতই কোন স্তম্ভের সর্বোচ্চ মান যে সারিতে অবস্থিত সেই সারিটিই হতো যথোপযুক্ত কৌশল। কিন্তু সিদ্ধান্ত গ্রহীতা যদি ভুল করে অন্য কৌশল গ্রহণ করেন তাহলে তাঁর প্রাপ্তি কিছুটা কম হবে। যতটা কম হবে সেটা হবে ঐ কৌশলের সঙ্গে জড়িত অনুতাপ। কাজেই কোন স্তম্ভের সর্বোচ্চ মানের সঙ্গে সেই স্তম্ভের অন্যান্য মানের যে পার্থক্য সেইগুলিই হল অনুতাপ। একটি উদাহরণের সাহায্যে বিষয়টি ব্যাখ্যা করা যেতে পারে। মনে করি মূল প্রাপ্তি ম্যাট্রিক্সটি নিম্নরূপ :

~~মূল প্রাপ্তি ম্যাট্রিক্স~~

প্রকৃতির অবস্থা

		N_1	N_2	N_3
কৌশল	S_1	13	8	11
	S_2	4	15	14
	S_3	16	7	12

এক্ষেত্রে সিদ্ধান্ত গ্রহীতা যদি জানতেন যে প্রকৃতির অবস্থা N_1 হবে তাহলে তাঁর পক্ষে যথোপযুক্ত কৌশল হত S_3 কারণ ঐ কৌশলেই তাঁর সর্বোচ্চ প্রাপ্তি ঘটত। তিনি যদি সত্য সত্যই S_3 কৌশল গ্রহণ করেন তাহলে তাঁর অনুতাপ করার কিছুই নেই। অনুতাপ ম্যাট্রিক্সের ঐ স্থানে অবস্থিত রাশিটি হবে 0 (শূন্য)। কিন্তু তিনি যদি ভুল করে S_1 কৌশল গ্রহণ করেন তাহলে তাঁর লাভ হবে 13 টাকা যা সর্বাধিক প্রাপ্তির থেকে 3 টাকা কম। এই কৌশল গ্রহণ করার জন্য অনুতাপ তাহলে 3 টাকা। অনুরূপ ভাবে S_2 কৌশল গ্রহণ করার জন্য প্রাপ্তি (16 - 4) বা 12 টাকা কম হচ্ছে। তাহলে ঐ কৌশলের অনুতাপের মান হবে 12 টাকা। এইভাবে হিসাব করলে উপরের প্রাপ্তি ম্যাট্রিক্স থেকে আমরা নিম্নলিখিত অনুতাপ ম্যাট্রিক্সটি পেতে পারি :

অনুতাপ ম্যাট্রিক্স

প্রকৃতির অবস্থা ~~সারির সর্বোচ্চ মান~~

		N_1	N_2	N_3	
কৌশল	S_1	3	7	3	7
	S_2	12	0	0	12
	S_3	0	8	2	8

সাধারণভাবে বলতে গেলে অনুতাপ ম্যাট্রিক্স এইভাবে বের করা যেতে পারে। মনে করি A_{ij} হল মূল ম্যাট্রিক্সের i-তম সারি ও j-তম স্তম্ভে অবস্থিত রাশি এবং $Max\ A_j$ হল j-তম

স্তম্ভে অবস্থিত সর্বোচ্চ রাশি। এখন R_{ij} যদি অনুতাপ ম্যাট্রিক্সের i-তম সারি ও j-তম স্তম্ভে অবস্থিত রাশি হয় তাহলে $R_{ij} = Max\ A_j - A_{if}$ এই সূত্রের সাহায্যে অনুতাপ ম্যাট্রিক্সটি বার করা যাবে। যেমন উপরের উদাহরণে $R_{11} = Max\ A_1 - A_{11} = 16 - 13 = 3$, $R_{12} = Max\ A_2 - A_{12} = 15 - 8 = 7$, $R_{13} = Max\ A_3 - A_{13} = 14 - 11 = 3$ ইত্যাদি।

অনুতাপ ম্যাট্রিক্সটি যখন পাওয়া গেল তখন সর্বনিম্ন সর্বাধিক নীতি অনুসরণ করে সর্বোত্তম কৌশলটি নির্ধারিত হবে। তার অর্থ হল প্রতি সারির সর্বাধিক মানটি প্রথমে বের করতে হবে। তারপর যে সারিতে সর্বাধিক মানটি সর্বনিম্ন হবে সেই সারির কৌশলটিই হবে সর্বোত্তম কৌশল। উপরের উদাহরণে প্রথম সারির সর্বোচ্চ মান 7, দ্বিতীয় সারির সর্বোচ্চ মান 12 এবং তৃতীয় সারির সর্বোচ্চ মান 8. এই তিনটির মধ্যে সর্বনিম্ন 7 যা রয়েছে S_1 সারিতে। সুতরাং সর্বনিম্ন-সর্বাধিক অনুতাপ মানদণ্ড অনুযায়ী সিদ্ধান্ত গ্রহীতার উচিত S_1 কৌশল গ্রহণ করা। এটাই তাঁর পক্ষে সর্বোত্তম কৌশল।

এই মানদণ্ডের মূল উদ্দেশ্য সিদ্ধান্ত গ্রহীতাকে অত্যধিক ক্ষতির হাত থেকে রক্ষা করা। নিজেকে অত্যধিক ক্ষতির হাত থেকে রক্ষা করার জন্য সিদ্ধান্ত গ্রহীতা প্রতি কৌশলের সর্বাধিক ক্ষতি নির্ধারণ করেন। পরে যে কৌশলে সর্বাধিক ক্ষতি সর্বনিম্ন সেই কৌশলই গ্রহণ করেন। এই মানদণ্ড সর্বাধিক-সর্বনিম্ন মানদণ্ডের পরিপূরক হিসাবে নেওয়া যেতে পারে। মূল প্রাপ্তি ম্যাট্রিক্সে সর্বাধিক সর্বনিম্ন মানদণ্ড প্রয়োগ করলে যে ফল পাওয়া যাবে অনুতাপ ম্যাট্রিক্সে সর্বনিম্ন-সর্বাধিক মানদণ্ড প্রয়োগ করলেও একই ফল পাওয়া যাবে।

সর্বনিম্ন-সর্বাধিক অনুতাপ মানদণ্ডের প্রধান ত্রুটি এই যে এখানে প্রতি কৌশলের সর্বাধিক অনুতাপটিই বিচার করা হচ্ছে। অন্য অনুতাপগুলিকে একেবারেই ধরা হচ্ছে না। সর্বাধিক অনুতাপ ছাড়া অন্য অনুতাপগুলিকে সম্পূর্ণ উপেক্ষা করা হচ্ছে। এটা বাস্তবোচিত নয়। প্রতিটি কৌশলের সর্বাধিক অনুতাপ ছাড়া অন্য অনুতাপের মানগুলিও সিদ্ধান্ত গ্রহণকে প্রভাবিত করে থাকে।